

गणित- तृतीय प्रश्न पत्र, स्थिति विज्ञान गतिविज्ञान तथा सदिशविश्लेषण, कक्षा-XII

- निर्देश: 1. इस प्रश्न पत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।
 2. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
 3. प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतःलिख दिया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।
 4. प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
 5. जो प्रश्न न आता हो उस पर समय नष्ट ना करे।

प्रश्न 1: निम्नलिखित में से कोई चार खण्ड हल कीजिये
 क) सदिशो $i+2i-k$ तथा $2i+j+k$ के योगफल का मापांक ज्ञात कीजिये।
 ख) दो बल $A+B$ और $A-B$ किसी कण पर कौन सा कोण बनाते हुए लगाए जाऐ कि उसका परिणामी $\sqrt{A^2+B^2}$ हो जाऐ।
 ग) सिद्ध कीजिये कि एक त्रिभुज की दो भुजाओ के मध्य बिन्दुओ को मिलाने के वाली रेखा तीसरी भुजा की आधी और समान्तर होती है।
 घ) एक इंजन 30 मीटर की गहराई से 4×10^5 ग्राम पानी प्रति मिनट उठा रहा है।

ड) एक कण चिकने समतल पर विरामावस्था से फिसल कर 4.9 मीटर, 2 सैकंड में पार करता है। समतल का क्षैतिज से झुकाव ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 2: निम्नलिखित में से किन्ही चार खण्डो को हल कीजिए।

क) एक गेंद विरामावस्था में है उससे उसी द्रव्यमान की दूसरी गेंद आकर सीधे टकराती है। यदि प्रत्यास्थता गुणांक $\frac{1}{2}$ है तो संघट्ट के पश्चात दोनो गेंदो के वेगो की तुलना कीजिये तथा गतिज उर्जा के हास का अनुपात ज्ञात कीजिए।

ख) किसी बिन्दु पर कार्य करते हुए 12, 5 तथा 13 ईकाई के तीन बल सन्तुलन में हैं। प्रथम दो बलो का कोण कीजिए।

ग) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित सदिश एक समतलीय हैं
 $5a + 6b + 7c, 7a - 8b + 9c$ तथा $3a + 2ab + 5c$

घ) लामी का प्रमेय लिखिए।

ड) दिखाईये कि
 $a \cdot (b \cdot c) + b \cdot (c \cdot a) + c \cdot (a \cdot b) = 0$

प्रश्न 3: निम्नलिखित में से किन्ही चार खंडो को हल कीजिए।

क) एक बिन्दु पर लगे तीन बल परस्पर समान कोण बनाते हैं। यदि वे संतुलन में हो तो सिद्ध कीजिए कि वे समान होंगे।

ख) एक गेंद $49m/sec$ के वेग से 30° के कोण पर फेंकी गई। क्षैतिज तल पर परास ज्ञात कीजिए।

ग) बिन्दु $(2, -1, 3)$ से जाने वाली तथा सदिश $(3i + 7c - 2k)$ के समान्तर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

घ) एक गोली 10 मी०/सै० के वेग से चलकर पेड़ में धस जाती है और $1/4 \text{ सै०}$ में विरामावस्था में आ जाती है। मंदन ज्ञात कीजिए।

ड) यदि $a = 3i + 2j + 2k$ तथा $b = 2i + 4j + 3k$ तो $a \cdot b$ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4: निम्नलिखित में से कोई चार खण्ड हल कीजिए।

क) एक समषट्भुज से ऐसा समबाहु त्रिभुज काटा गया है जिसका शीर्ष षट्भुज का केन्द्र और जिसका आधार समषट्भुजा की एक भुजा है। शेष भाग का गुरुत्व केन्द्र ज्ञात कीजिए। ख) बराबर m द्रव्यमान के दो कण एक हल्की डोरी द्वारा सम्बद्ध हैं जो एक चिकनी घिरनी पर से होकर जा रही है। दोनो कणो में से किसी एक पर एक द्रव्यमान m का तीसरा कण रख दिया गया है। खूटी पर कितना द्रव्यमान कितना बढ़ जायेगा।

ग) यदि a और b कोई दो सदिश हैं तो सिद्ध कीजिए
 $|a + b| \leq |a| + |b|$

घ) किसी पक्षेपित कण के वेग की दिशा किसी समय क्षैतिज से a कोण बनाती है तथा उसके t सै० बाद β कोण बनाती है। सिद्ध कीजिए कि प्रक्षेपित कण का क्षैतिज घटक $gt / \tan a - \tan \beta$ है।

ड) सदिरा विधि से सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज ABC में
 $\sin A/a = \sin B/b = \sin C/c$

प्रश्न 5: निम्नलिखित में से कोई तीन खण्ड हल कीजिए।

क) मूलबिन्दु $10, 0, 0$ से जाने वाली तथा सदिशो $2i + j - 2k$ तथा $-5i + 7j + 9k$ पर लम्ब रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

ख) सिद्ध कीजिए कि अचर त्वरण से चलते हुए पिण्ड की गतिज उर्जा में जो वृद्धिया m वें और $(m+1)$ वें सैकण्डो में होती है उसका अनुपात $(2m-1):(2m+1)$ होता है।

ग) किसी रूक्ष नत्र समतल की ऊंचाई उसके आधार की $3/4$ है। उस पर रखे हुए 20 किग्रा भार को फिसलने से रोकने के लिए समतल के समान्तर 8 किग्रा भार का बल पर्याप्त है तो घर्षण गुणांक ज्ञात कीजिए।

घ) लोहे का एक सर्वांगसम दण्ड 6 मी० लम्बा और 9 किग्रा भार का है उसके सिरो पर 6 किग्रा भार और 12 किग्रा भार के दो भार लटके हैं। दिखाईये कि दण्ड किस बिन्दु से लटकाया जाऐ कि वह क्षैतिज रहे।

प्रश्न 6: निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए।

क) सिद्ध कीजिए कि $i \cdot (a \cdot xi) + i \cdot (a \cdot xj) + k \cdot (a \cdot xk) = 2a$

क) $m, 2m$ और $3m$ द्रव्यमान के पूर्ण प्रत्यापस्थ गोले एक सरल रेखा में रखे हैं। पहला μ वेग से दुसरे से सीधा टकराता है और फिर दूसरा तीसरे से टकराता है। संघट्ट के बाद तीसरे गोले का वेग ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7: निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए।

क) बिन्दु $(4, -2, 5)$, समतलो $\sqrt{(3i - 7j + 2k)}$ तथा $\sqrt{(4i + 3j - 5k)} = 16$ की पतिच्छेदन रेखा से जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

ख) किस उचाई से एक भारी प्रत्यास्थ गेंद फर्श पर गिराई जाऐ कि तीन बार उछलने के बाद 100 मीटर उचाई तक पहुँच सके। दिया है प्रत्यावस्थता गुणांक $(1/2)^{1/3}$ है।

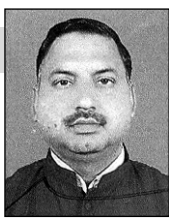
प्रश्न 8: निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए।

क) ΔABC में भुजाओ BC, CA तथा AB के मध्य बिन्दु में क्रमशः D, E तथा F हैं। सदिश विधि से ज्ञात कीजिए
 ΔDEF का क्षेत्र = $1/4 \times \Delta ABC$ का क्षेत्र

ख) सरल रेखा में एक समान त्वरण से गतिमान एक कण p वें, q वें तथा r वें में क्रमशः a, b, c चलता है सिद्ध कीजिए
 $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$

TIPS

- परीक्षा कक्ष में समय से ही पहुंच जाना चाहिए जिससे कि घबराहट व तनाव से मुक्त रहकर प्रश्नपत्र को भलिभाँति पढ़ने में सहायता मिल सके।
- जहाँ तक सम्भव हो प्रश्नों को क्रम से हल करना चाहिए।
- प्रश्नों को हल करते समय यदि रफ कार्य की आवश्यकता हो तो उ०पु० के बाँए पृष्ठ पर ही करे तथा बाद में स्पष्टतः लिख कर कास कर दें।



सुदीप कुमार शर्मा
 प्रवक्ता (गणित), एस०एस०
 एस०एस० इ० कालिज
 मेरठ।